BİLSAT I UYDU GÖRÜNTÜLERİ İÇİN DİFERANSİYEL REKTİFİKASYON PARAMETRELERİNİN DÜZELTİLMESİ

Önder Halis Bettemir[1], Mahmut Onur Karslıoğlu[2]

[1]Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, bettemir@metu.edu.tr
[2]Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, karsliog@metu.edu.tr

ÖZET

Uydu görüntülerinin eş doğrusal denklemleri ile yapılan georeferanslama işleminin hassasiyeti, kullanılan Sayısal Yükseklik Modeline (SYM) ve model parametrelerinin hassasiyetine doğrudan bağlıdır. Eş doğrusal denklemlerin ihtiyaç duyduğu kamera konumu ve dönüklüğü uydu üzerindeki alıcılar tarafından ölçülmesine rağmen bazı uygulamalarda bu parametrelerin hassasiyeti istenen georeferanslama hassasiyetini sağlayamamaktadır. Bu nedenle model parametrelerinin hassasiyeti parametre kestirimi ile iyileştirilmektedir. Bu çalışmada BilSAT I uydu görüntülerinin Diferansiyel Rektifikasyon Yöntemi (DRY) ile georeferanslama işlemindeki model parametrelerinin hassasiyetinin iyileştirilmesi amacıyla yapılan uzaysal geriden kestirme çözümünün tutarlılığını arttırmak için kullanılan yöntemlerin etkileri araştırılmıştır.

Uzaydan geriden kestirme denklemlerinin parametrelerinin kestiriminde en küçük kareler yöntemine dayalı Gauss-Markoff modeli kullanılmaktadır. Ancak uydu kamerasının büyük odak uzunluğu ve çok küçük optik alıcı boyutundan kaynaklanan yapısı uzaysal geriden kestirme denklemlerini kötü durumlu (ill-conditioned) hale getirmektedir. Bu nedenle geriden kestirme denklemleri ancak regularizasyon yöntemleri kullanılarak çözülebilmektedir.

Regularizasyon yöntemleri arasından; Tikhonov, Sanal Gözlem Ekleme ve Tekil Değer Ayrışımı yöntemleri açıklanmış, Tikhonov ve Sanal Gözlem Ekleme yöntemlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma ölçütleri hem tersi alınacak olan katsayılar matrisinin Frobenius Norm'unun hesaplanması hem de denklemlerin yakınsama hızlarının kıyaslanması ile yapılmıştır.

Regularizasyon yöntemlerine ek olarak Yer Kontrol Noktalarının (YKN) görüntü üzerindeki dağılımlarının uzaysal geriden kestirme denklemlerinin çözülebilme koşuluna olan etkileri Frobenius Norm'u hesaplanarak araştırılmıştır. Nokta dağılım geometrisinin etkisi çok sık YKN dağılımı ile aynı sayıdaki YKN' nin daha geniş bir alana dağılımının karşılaştırılması ile ölçülmüştür.

Uzaysal geriden kestirme işleminin çözüm hassasiyeti çözüme dâhil edilen parametre ve bu parametrelerin bir biri ile olan etkileşimlerinden önemli ölçüde etkilenir. Odak uzunluğu, kamera konumu, yöneltme açıları, asal koordinatlar, dairesel lens bozukluk ve asimetrik lens bozukluk parametrelerinin çözüme dahil edilmesinin geriden kestirme denkleminin çözüm hassasiyetine olan etkileri araştırılmıştır.

Bu çalışma CCD kameraya sahip BilSAT I uydusu tarafından çekilen Ankara görüntüsü ve bu görüntüye ait kamera koordinatları, yöneltme açıları ve iç yöneltme parametreleri kullanılarak 36 adet YKN ile yapılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Uzaysal Geriden Kestirme, Diferansiyel Rektifikasyon, Regularizasyon

ABSTRACT

IMPROVEMENT OF DIFFERENTIAL RECTIFICATION MODEL PARAMETERS FOR BILSAT I

Accuracy of georeferencing of satellite images by using colinearity equations depend on the accuracy of Digital Elevation Model (DEM) and the model parameters. Although camera position and attitude measured by the on board sensors on the satellite, the accuracy of these parameters may not be adequate for some of the certain applications that require accurate georeferencing. For this reason, the accuracy of the input parameters should be improved by resection. In this study, the effects of methods to improve the solution accuracy of the resection of BilSAT I images, performed in order to improve the accuracy of the input parameters of a differential rectification method (DRM) is researched.

Resection equations are solved by the Gauss-Markov model based on Least Squares Adjustment. However, because of the long focal length and very small imaging sensors, resection equations of the images taken by satellites become ill-conditioned. For this reason, it is only possibly to solve the resection equations if a regularization method is implemented.

Among the regularization methods; Tikhonov, Fictitious Observations and Singular Value Decomposition (SVD) are explained and the analysis results of first two are compared. The comparison criteria are the Frobenius Norm of the coefficient matrix which the inverse of it be computed and the convergence ratio of the regularization methods.

In addition to the regularization methods, affect of the distribution of Ground Control Points (GCP) on the stability of the solution is examined by computing the Frobenius Norm of the matrix to be inversed. Affect of the geometry of GCP distribution is measured by distributing the GCP widely on the image and than distributing the same number of GCP to a relatively narrower region on the image.

Accuracy of the solution of the resection is significantly affected by the number of parameters included in the resection equations and the correlation of the parameters with respect to each other. Affects of including the focal length, camera position, attitude angles, principal coordinates, radial lens distortion parameters, and asymmetric lens distortion parameters to the resection is examined.

This study is based on an Ankara image, and image's imaging geometry with 36 GCP, taken by BilSAT satellite which has an onboard CCD frame camera.

Keywords: Resection, Differential rectification, Regularization

1. GİRİŞ

Uydu görüntülerinin georeferanslama işlemleri polinom modeller kullanılarak yapılabileceği gibi direk kolinearite denklemleri kullanılarak da yapılabilir. Polinom modelleri genel olarak dünya küreselliğini, uydu dönüklük açılarını polinom katsayıları kullanarak modellemektedir. Basit polinom modelleri sadece 6 parametre içerirken, daha karmaşık modellerde 20' nin üzerinde parametre bulunabilmektedir. Polinom modellerinin avantajları polinom katsayılarının kolayca hesaplanabilmesi ve görüntünün georeferanslama süresinin çok kısa olması gösterilebilir. Bununla beraber, az sayıda parametre kullanılması durumunda georeferanslama işleminin hassasiyeti tatmin edici olamamakta, parametre sayısının arttırılması durumunda ise polinom denklemleri kötü durumlu hale gelmektedir. Buna ek olarak polinom modellerinde model parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan YKN' lerin hata miktarları düşük çıkmasına karşın, bu noktaların uzağında kalan noktalarda yüksek hata miktarları ortaya çıkabilmektedir.

Kolinearite yöntemine dayalı olarak geliştirilen diferansiyel rektifikasyon yöntemlerinde ise dünyanın küreselliği, topografya, kamera konumu, kamera açısı, lens bozuklukları ve atmosferdeki kırılımlar matematiksel olarak modellendiği için polinom denklemlerine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Ancak polinom yöntemlerine göre çok daha ağır matematiksel denklemlere ihtiyaç duyulduğu için DRY ile yapılan georeferanslama işlemi daha uzun hesap süresi gerektirmektedir.

DRY yönteminin georeferanslama hassasiyeti modelin parametreleri ile doğrudan ilgilidir. Herhangi bir nedenden ötürü modelin girdi parametrelerinin hassasiyetinin düşük olması georeferanslama işleminin düşük hassasiyette yapılmasına neden olacaktır. Bu nedenle hassasiyeti düşük olan girdi parametrelerinin daha iyi hale getirilmesi için uzaysal geriden kestirme yöntemiyle hassasiyeti yeterli olmayan parametreler düzeltilir. Yerden çok uzakta olan gözlem uydularının yüksek çözünürlükte görüntü alabilmesi için odak boyları uzun, optik alıcı boyutları ise küçük tutulmaktadır. Böyle bir kamera geometrisi ise farklı görüntü koordinatlarına ait; odak noktası, optik alıcı ve dünya yüzeyi doğrultusunda giden ışınların bir birine neredeyse paralel olmasına yol açmakta ve geriden kestirme denklemlerinin çözülebilmesini imkansız hale getirmektedir.

Bu çalışmada kötü durumlu denklemlerin çözümünde kullanılan regularizasyon yöntemlerinden üçü; Tikhonov, sanal gözlem ekleme ve tekil değer ayrışımı BilSAT 1 uydusunun uzaysal geriden kestirme denklemlerinin çözülebilmesi için denenmiştir. Buna ek olarak model parametreleri ile YKN dağılımının denklemlerin kötü durumlu olup olmaması üzerindeki etkileri incelenmiştir.

2. YÖNTEM

Kullanılan diferansiyel rektifikasyon yöntemi, regularizasyon yöntemleri, kötü durum ölçüm kriteri ve analizlerde kullanılan BilSAT 1 uydusunun teknik özellikleri bu bölümde açıklanmıştır.

2.1 Diferansiyel Rektifikasyon Yöntemi

Bu çalışmada kolinearite denklemlerini istenilen referans elipsoidi ile kestirerek ayrıca dünyanın küreselliği için yapılan düzeltmelere gerek duymayan DRY kullanılmıştır (Karslıoğlu ve Friedrich, 2005). Uzaysal geriden kestirme denklemleri en küçük kareler yöntemine dayalı Gauss-Markoff modeli kullanılarak hesaplanmıştır. Gauss-Markoff modeli aşağıda gösterilmiştir (Koch 1999),

$$\boldsymbol{X\beta} = \boldsymbol{y} + \boldsymbol{e} \qquad ve \qquad \boldsymbol{D}(\boldsymbol{y}) = \sigma^2 \boldsymbol{P}^{-1} \tag{1}$$

Bu denklemde; $\boldsymbol{X}_{n*u}$ katsayılar matrisini (rank $\boldsymbol{X}$ = u) u parametre sayısını, n gözlem sayısını, $\boldsymbol{P}_{n*n}$, $n \times n$ boyutunda ağırlık matrisini, $\boldsymbol{D}(y)_{n*n}$ ölçümlerin varyans kovaryans matrisini, $\boldsymbol{e}$ vektörü düzeltmeleri, $\boldsymbol{\beta}$ vektörü ise parametreleri göstermektedir.

Taylor'a göre doğrusallaştırılmış (1) denkleminden kestirilen parametreler bir başka deyimle parametrelere getirilecek düzeltmeler aşağıdaki denklemden elde edilmektedir.

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{-1}\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{-1}\Delta\boldsymbol{y} \tag{2}$$

Kullanılan yaklaşık değerler hassasiyeti düşük de olsa telemetri dosyasından alınabilirler. Denklem (2) de $\boldsymbol{\Sigma}_{yy}^{-1}$ gözlemlerin varyans kovaryans matrisleridir. Parametre vektörü $\Delta\hat{\boldsymbol{\beta}}$; f odak uzaklığı, $\Delta x, \Delta y$, optik alıcının asal koordinatları, c optik alıcının boyutu, k_1, k_2 dairesel lens bozukluk parametreleri p_1, p_2 asimetrik lens bozukluk parametreleri, ω, ϕ, κ kamera dönüklük açıları, X_{cam}, Y_{cam} ve Z_{cam} kamera konumunu içerir.

$$\boldsymbol{\beta} = \left[f, \Delta x, \Delta y, c, k_1, k_2, p_1, p_2, \omega, \phi, \kappa, X_{cam}, Y_{cam}, Z_{cam}\right]$$

2.2 Regularizasyon Yöntemleri

Bu çalışmada üç adet regularizasyon yönteminin kötü durumlu denklemlere olan etkisi araştırılmıştır. Denklemlerin regularizasyonunda kullanılan yöntemler bu bölümde kısaca tanıtılacaktır.

2.2.1 Tikhonov Regularizasyonu

Tikhonov regularizasyonu, kötü durumlu denklemlerin düzeltilmesinde kullanılan yöntemlerin en yaygınlarındandır. En küçük kareler toplamı yöntemindeki model tahmini ile gözlemler arasındaki farkın kareleri toplamının en aza indirilmesi yerine sıfırdan büyük uygun bir α katsayısı seçilerek parametrelerin karesi ile α 'nın karesinin çarpımının toplamı en aza indirilmeye çalışılmaktadır. Bu şekilde denklem (1)' de gösterilen eşitlik aşağıdaki hali almaktadır (Wikipedia a).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \alpha^2\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} \tag{3}$$

Bu denklemde $\boldsymbol{I}$ nxn boyutunda birim matristir. Birinci dereceden Taylor açılımı kullanılarak doğrusallaştırma yapıldığı için denklem (3)'de gösterilen eşitlik aşağıdaki gibi düzenlenmelidir.

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X} + \alpha^2\boldsymbol{I}\right)^{-1}\boldsymbol{X}^T\Delta\boldsymbol{y} \tag{4}$$

Denklem (4) de, gözlemlerle model tahmini arasındaki fark istenilen seviyeye gelinceye kadar çözülmeye devam edilir.

2.2.2 Sanal Gözlem Ekleme

Bilinmeyen parametreler olarak, sanal gözlem seti; μ, sisteme eklenir. Sanal gözlem eklenmiş sistem şu şekilde gösterilir (Karslioglu 2005);

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}\\ \boldsymbol{\mu}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\\ \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\boldsymbol{\beta} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{Z} & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\gamma}\\ \boldsymbol{v}\end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\text{ve } D\left(\begin{bmatrix}\mathbf{y}\\ \boldsymbol{\mu}\end{bmatrix}\right) = \sigma^2\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & 0\\ 0 & \boldsymbol{V}\end{bmatrix} \tag{6}$$

Bu denklemde; $\boldsymbol{y}$ gözlem vektörü, $\boldsymbol{\mu}$ sanal gözlemler ($\boldsymbol{\mu}=0$), $\boldsymbol{I}$ birim matris, **v** hata vektörü, $\boldsymbol{V}$ parametrelerin varyans kovaryans matrisi, $\boldsymbol{Z}$ rastgele (random) parametreler , $\boldsymbol{\gamma}$ rastgele parametrelerin katsayılar matrisi, σ^2 birim ağırlığın varyansıdır. Denklem 5 genişletilmiş Gauss Markoff modeli olarak bilinmektedir.

Yeni denklemin çözümü şu şekilde yapılır;

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Sigma}_{\gamma\gamma}\boldsymbol{Z}'\right)^{-1}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{P}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Sigma}_{\gamma\gamma}\boldsymbol{Z}'\right)^{-1}\boldsymbol{y}\right) \tag{7}$$

Burada, $\boldsymbol{P}$ sanal gözlemlerin ağırlık matrisidir. Georeferanslama denklemleri Taylor serisi kullanılarak doğrusallaştırıldığı için denklemin çözümü şu şekilde olacaktır.

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Sigma}_{\gamma\gamma}\boldsymbol{Z}'\right)^{-1}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{P}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{X}'\left(\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Sigma}_{\gamma\gamma}\boldsymbol{Z}'\right)^{-1}\Delta\boldsymbol{y}\right) \tag{8}$$

Tikhonov regularizasyonu ile sanal gözlem ekleme yöntemlerinin arasındaki fark regularizasyon için *Gauss-Markoff* modeline eklenen matrisdir. Tikhonov regularizasyonunda birim matris eklenirken sanal gözlem ekleme yönteminde parametrelerin varyans kovaryans matrisi eklenir.

2.2.3 Tekil Değer Ayrışımı

Kötü durumlu denklemler tekil değer ayrışımı (TDA) yöntemi ile çözülebilir hale getirilebilirler. TDA yöntemi şu şekilde gösterilir (Wikipedia b);

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^T \tag{9}$$

Bu denklemde; $\boldsymbol{\Sigma}$ tekil değerlerin diyagonal matrisidir. Her parametre değeri σ_i ile gösterilir ve diyagonal şekilde matrise yerleştirilir. Diğer elemanlarına ise matrisin boyutunu mxn yapacak şekilde sıfır olarak değer atanır.
$\boldsymbol{U}$ ve $\boldsymbol{V}$ ise sırasıyla sol ve sağ tekil vektörleridir;

Tikhonov yöntemi ile regularize edilmiş çözüm aşağıdaki gibi gösterilebilir

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{V}\boldsymbol{D}\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{y} \tag{10}$$

Bu denklemde, $\boldsymbol{D}$ mxn boyutlu diyagonalleri $\frac{\sigma_i}{\sigma_i + \alpha^2}$'e eşit olan ve diğer elemanları sıfır olan bir matristir. Buradaki Tikhonov parametresi regularize edilecek sistemin Frobenius normunun düşürülmesine yarar.

2.3 Model Parametreleri

DRY yöntemi ile georeferanslama yapılabilmesi için bu çalışmada kullanılan parametreler denklem... ifade edilmektedir; kamera konumu, kamera dönüklüğü, odak uzunluğu, alıcı boyutu, alıcının asal koordinatları, dairesel lens bozukluk ve asimetrik lens bozukluk parametreleridir. Bu parametreler telemetri dosyasından alınabilir veya uydu yörüngeye oturtulmadan önce yer testleriyle de elde edilebilir. Bunlara ek olarak SYM' nede ihtiyaç duyulmaktadır.

2.4 Kötü Durum Ölçümü

Bu çalışmada kötü durum ölçümü için Frobenius normu kullanılmıştır. Tersi alınacak matrisin Frobenius normu şu formülle hesaplanır (Kreyszig 1999);

$$\|\boldsymbol{A}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^2} \tag{11}$$

Bu formülde **A** matrisi normu hesaplanacak olan matrisi ifade eder a_{ij} ise bu matrisin elemanlarıdır. En düşük kareler toplamı yönteminde ise normu hesaplanacak sistem şu şekilde gösterilir;

$$\|\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\| * \left\|\left(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\right)^{-1}\right\| \tag{12}$$

Bir matrisin Frobenius normu doğrusal denklemlerin çözümünün veri içindeki hataya olan hassasiyetini belirtir. Gözlemlerde belirli bir miktar hata olduğuna göre denklemlerin çözüm hassasiyeti hakkında önemli ölçüde bilgi vermektedir. Frobenius normunun 1'e yakın olması iyi durumlu denklemi, rakamların 1'den çok büyük olması ise kötü durumlu denklemi ifade eder.

2.5 BilSAT 1 Teknik Bilgileri

Bu çalışmadaki analizler BilSAT 1 uydusunun geometrisi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. BilSAT 1, TÜBİTAK-Bilten ve Surrey Satellite Technology Limited (SSTL) kurumları arasında gerçekleştirilen işbirliği sonucunda yörüngeye oturtulmuştur. Bu projede Türkiye'nin küçük uydular hakkında bilgi ve deneyim elde etmesi amaçlanmıştır. BilSAT 1 uydusunun teknik özellikleri aşağıdaki tabloda verilmiştir (Tübitak Uzay 2008);

Ağırlık:	129 kg
Yörünge:	686 km, dairesel, güneş senkronize
Meyil Kontrol:	3-eksen stabil
Yörünge düzenlemesi roket motorlarıyla yapılıyor.	
Uydu Ömrü:	(5+10) yıl
Kameralar:	Multispectral Kamera Özellikleri
	Kamera Çözünürlüğü : 27,6 m
	Radyometrik aralıklar (µm)
	Band 1: 0.45 - 0.52 (Mavi)
	Band 2: 0.52 - 0.60 (Yeşil)
	Band 3: 0.63 - 0.69 (Kırmızı)
	Band 4: 0.76 - 0.90 (Yakın Kızılötesi)

Tablo 1 BilSAT 1 Uydusunun teknik özellikleri

3. ANALİZLER

Tersi alınacak matrisin Frobenius normunun model parametrelerine ve YKN dağılımına olan hassasiyetini belirleyebilmek için farklı YKN dağılımı ile farklı parametre kombinasyonu kullanarak analizler yapılmıştır. Sık ve geniş YKN dağılımı olarak aşağıdaki görüntü koordinatları kullanılmıştır (Bettemir 2006).

950,950	1000,950	1050,950
950,1000	1000,1000	1050,1000
950, 1050	1000,1050	1050,1050

Tablo 2 Dar dağılımlı YKN

1,1	1024,1	2048,1
1, 1024	1024,1024	2048,1024
1, 2048	1024,2048	2048,2048

Tablo 3 Geniş dağılımlı YKN

İlk analizde dar dağılımlı YKN kullanılmış ve Frobenius normu 6.33073e+38 bulunmuştur. Bu sayı kesinlikle kötü durumlu denklem anlamına gelmektedir ve sağlıklı bir çözüm elde etmek olanaksızdır.

İkinci analizde ise geniş dağılımlı YKN kullanılmış ve ilk denemedeki modelle aynı parametreler kullanılmıştır. Geniş YKN dağılımı ile Frobenius norm'u 3.37508e+30 hesaplanmıştır. Bu ilk analizdekinden daha iyi bir rakam olsa bile doğru çözüm elde edebilmek için hala çok yüksektir. Bu iki denemeden sonra YKN dağılımının aşırı sık olmasının uzaysal geriden kestirme denklemlerinin çözüm hassasiyetine olumsuz etkisi olmaktadır.

Denklemlerin kötü durumlu olmasında YKN dağılımının dışında model parametrelerinin kendi aralarında korelasyonlu olmasınında nedeni vardır. Bu nedenden ötürü model parametrelerinde bir takım değişiklikler yapılmıştır. Kartezyen koordinatlarla gösterilen kamera konumu elipsoidal koordinatlarla gösterilmiştir. Bu durumda elipsoidal yükseklik, odak boyu ve optik alıcı boyutu korelasyonlu duruma gelmiştir. BilSAT 1 uydusu CCD kamera olduğu için resmin her noktasında bu değerler sabittir. Bu durumda bu üç parametre sadece o anki görüntü için geçerli olmak üzere 1'e indirilmiştir. Modelden optik alıcı boyutu ve elipsoit yüksekliği çıkartılmıştır. Model parametreleri şu şekilde gösterilebilir;

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} f & \Delta x & \Delta y & k_1 & k_2 & p_1 & p_2 & \omega & \phi & \kappa & \phi_{cam} & \lambda_{cam} \end{bmatrix}'_{1\times 12} \tag{13}$$

Dar dağılımlı YKN kullanıldığında Frobenius normu 2.1533e+33 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen ilerleme sistemin çözüm hassasiyeti dikkate alındığında kayda değer bir ilerleme olarak düşünülemez. Modeldeki parametre sayısı iki azaltıldığı halde Frobenius normu hala çok yüksektir.

Geniş dağılımlı YKN kullanılması sonucunda Frobenius norm 1.3246e+24 olarak hesaplanmıştır. Bir önceki analize göre daha iyi bir sonuç olsa da çözüm hassasiyeti bilgisayarların yuvarlama hassasiyeti dikkate alındığında elde edilen iyileştirmenin yetersiz kaldığı açıktır.

Parametre sayısının azaltılmasının dışında modelin ilk halinden başlayarak regularizasyon yöntemlerini uygulayarak Frobenius normları karşılaştırılmıştır. Bu aşamada dar YKN dağılımlı modele sanal gözlem ekleme yöntemi uygulanmış ve Frobenius normu 8.51589e+14 bulunmuştur. Aynı model parametrelerine sahip sistemde ise Frobenius norm 8.51593e+14 olarak hesaplanmıştır. İki koşul sayısının arasındaki fark bir birine çok yakın olmasına karşın şaşırtıcı bir şekilde dar YKN dağılımına sahip sistem daha iyi durumlu olarak hesaplanmıştır. Elde edilen koşul değerleri hassas çözüm için yeterli görünse de regularizasyon yöntemi ve lineerleştirme yöntemleri kullanıldığı için yinelemeli çözüm yapılacak ve her yinelemede kötü durumlu denklemlerden oluşan çözüm hatası bir birine ekleneceği için hem çözümün yakınsayabilmesi hem de doğru çözüme ulaşılabilmesi için daha düşük Frobenius normuna erişmek gereklidir.

Son olarak parametre sayısı azaltılmış modele regularizasyon uygulayarak bu modeldeki çözüm hassasiyeti incelenmiştir. Dar YKN dağılımında Frobenius norm 2.8356383e+10, geniş YKN dağılımlı modelde Frobenius norm 2.8356389e+10 olarak hesaplanmıştır. Bir önceki duruma benzer olarak hesaplanan Frobenius normlar bir birine çok yakın olup dar YKN dağılımlı sistem daha iyi çözüm hassasiyetine sahiptir. Elde edilen iyileştirme yakınsamalı çözümlerin yakınsayabileceği hassasiyettedir ve yüksek mertebeden derecelerin kullanıldığı polinom georeferanslama yöntemleriyle kıyaslanabilecek düzeydedir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada BilSAT 1 uydusu için uzaysal geriden kestirme denklemlerinin çözüm hassasiyetini iyileştirme üzerine çalışılmıştır. Bu çalışmada yer kontrol noktalarının dağılımı, sistem parametrelerinin sayısı ve korelasyonu ile regularizasyon yöntemleri kıyaslanmıştır.

Uzaysal geriden kestirme denklemlerinin çözüm hassasiyetinin iyileştirilmesi için yer kontrol noktalarının mümkün olduğunca bir birinden uzakta seçilmelerinde fayda olduğu gözlenmiştir. Ancak çözümde regularizasyon yöntemi kullanılacaksa bu fark ortadan kalkmaktadır. Yani, çözüme regularizasyon yöntemi dahil edildiğinde YKN dağılımının etkisi ortadan kalkmaktadır.

Uzaysal geriden kestirmeye dahil edilecek parametreler dikkatle seçilmelidir. Analiz sonuçlarında görüldüğü üzere eğer parametrelerde korelasyon varsa bu etki regularizasyon yöntemi uygulansa bile sürmekte ve denklemlerin çözüm hassasiyetini olumsuz yönde etkilemektedir. Sisteme dahil edilen parametre diğer parametrelerle korelasyonlu ise dahil edilen parametrenin düzeltilmesiyle elde edilebilecek iyileştirme, parametrenin sisteme dahil edilmesiyle oluşan kötü durumun yaratabileceği kötüleşmeden daha küçük olabilir. Bu durumda ise beklenenin tersine uzaysal geriden kestirme işleminde fazla parametre kullanmak çözüm hassasiyetini yani parametrelerin son halini ilk halinden daha kötü hale getirebilir.

Uzaysal geriden kestirme denklemlerine regularizasyon yöntemlerinin kesinlikle kullanılması gerekmektedir. Aksi takdirde hassas çözüme ulaşmak olanaksızdır. Regularizasyon yöntemlerinin bir dezavantajı hesap süresini çok uzatmaları olarak gösterilebilir. Parametrelerin ilk değerlerine ve regularizasyon uygulanmamış sistemin Frobenius normuna bağlı olarak yakınsamalı çözümlerin hata boyutunun istenilen düzeye inmesi bin tekrara kadar çıkabilir. Bu durumda analiz süresi çok uzun zaman alabilir, hatta hata miktarı istenilen düzeye inemeyebilir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada BilSAT I uydusuna ait görüntü ve diğer geometrik bilgileri sağlayan TÜBİTAK – UZAY kurumuna teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR

BETTEMIR O. H. (2006) "Sensitivity ans error analysis of a differential rectification method for CCD frame cameras and pushbroom scanners", Master Thesis METU, September 2005.

KARSLIOGLU M. O. (2005) "An Interactive program for GPS-based dynamic orbit determination of small satellites", Computers & Geosciences 31 309 - 317.

KARSLIOGLU M.; O, FRIEDRICH J. (2005) "A New Differential Geometric Method to Rectify Digital Images of the Earth's Surface Using Isothermal Coordinates", IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 43, No. 3, March.

KOCH K. R. (1999) "Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models", Second Edition Springer.

KREYSZIG E, (1999) "Advanced Engineering Mathematics" 8th edition. John Wiley & Sons, inc., Singapore.

TUBITAK UZAY (2008), http://www.bilten.metu.edu.tr/bilsat/tr/about/properties.asp
Visited on August 2008.

WIKIPEDIA THE FREE ENCYCLOPEDIA a (2006), http://en.wikipedia.org/wiki/Tikhonov_regularization
Visited on August 2006.

WIKIPEDIA THE FREE ENCYC b (2006), http://en.wikipedia.org/wiki/Singular_value_decomposition
Visited on August 2006.